

Knowledge about Student's Understanding and The Effect on Instructional Strategies: A Case on Two Novice Mathematics Teachers

Masduki²⁾, Suwarsono²⁾, Mega Teguh Budiarto³⁾

¹⁾Universitas Muhammadiyah Surakarta,

Doctoral Student in Mathematics Education, State University of Surabaya (UNESA)

²⁾Sanata Dharma University, Yogyakarta

³⁾State University of Surabaya (UNESA)

Corresponding author: masduki@ums.ac.id

Abstract. *Pedagogical content knowledge is a key role the success of teachers learning in classroom. This study aims to: 1) analyze teacher's knowledge of students' mistakes and difficulties in solving linear equations, 2) describe the instructional strategies used by teachers to eliminate students' mistakes and difficulties. The subjects of this study were two novice teachers with two-year working period, each of whom taught at the seventh grade junior high school with different students' math abilities. Data collection is conducted by open questionnaire and interview. The results showed that both teachers have knowledge of students' mistakes and difficulties in solving linear equations. However, the teacher's learning strategy in helping students to eliminate students' errors and difficulties is different. Thus it can be concluded that the teacher's knowledge of the errors and difficulties students can help teachers in determining appropriate learning strategies to present learning materials.*

Keywords: *pedagogical content knowledge, students' mistakes, students' difficulties, teachers strategies*

Pendahuluan

Mengajar bukanlah pekerjaan yang mudah. Guru memerlukan berbagai pengetahuan untuk dapat mengajar dengan baik. Sebagaimana dinyatakan oleh NCTM (2000) bahwa "Teaching mathematics well is a complex endeavor, and there are no easy recipes" (p.17). Lebih lanjut, NCTM (2000) menyatakan bahwa untuk dapat mengajar secara efektif, seorang guru harus menguasai pengetahuan dan pemahaman yang mendalam tentang konten, kurikulum, karakteristik siswa, metode pembelajaran, dan pengelolaan kelas. Kajian secara komprehensif berkaitan dengan pengetahuan guru telah dilakukan oleh Shulman (1986). Shulman menyatakan bahwa ada tiga macam pengetahuan yang harus dimiliki guru, yaitu *content knowledge* (CK), *pedagogical content knowledge* (PCK), dan *curricular knowledge*. PCK didefinisikan oleh Shulman (1986) sebagai "content knowledge that embodies the aspects of content most germane to its teachability" (p.6). Selanjutnya, Shulman (1987) mengembangkan definisi PCK dari Shulman (1986) dengan menyatakan sebagai "... represents the blending of content and pedagogy into an understanding of how particular topics, problems, or issues are organized, represented, and adapted to the diverse interests and abilities of learners, and presented for instruction" (p. 8).

Selain pengetahuan tentang cara menyajikan konten, PCK meliputi pula pengetahuan tentang pemahaman siswa, tujuan mempelajari konten, pemahaman berbagai kesulitan siswa dalam mempelajari suatu topik, konsepsi dan miskonsepsi siswa, pengetahuan strategi pembelajaran, serta latar belakang siswa yang mempengaruhi belajarnya seperti budaya, sosial politik, dan lingkungan fisik (Cochran, DeRuiter, & King, 1993; Grossman, 1989; Magnusson, Krajcik, & Borko, 1999; Marks, 1990; Shulman, 1986; Smith & Neale, 1991; Tamir, 1988). Grossman & Richert (1988) mendefinisikan pengetahuan pemahaman siswa sebagai pengetahuan terhadap konsepsi dan miskonsepsi subjek-materi spesifik, pemahaman awal dan pengetahuan siswa terhadap subjek-materi, serta ketertarikan siswa terhadap konten. An dan kolega (2004) mengidentifikasi miskonsepsi siswa sebagai sub-kategori dari salah satu komponen PKP, yaitu pengajaran (*teaching*).

Selain pengetahuan terhadap konsepsi dan miskonsepsi, para ahli juga mengidentifikasi beberapa subkategori komponen pengetahuan pemahaman siswa yang lain. Shulman (1986) menyatakan pengetahuan terhadap apa yang menyebabkan suatu subjek-materi mudah atau sulit bagi siswa sebagai salah satu karakteristik PCK, namun tidak secara jelas menyatakannya sebagai subkategori komponen pengetahuan pemahaman siswa. Selanjutnya, para ahli menyatakan bahwa pengetahuan terhadap kesalahan-kesalahan siswa pada subjek-materi (Marks, 1990; Smith & Neale, 1991), pengetahuan pemahaman awal, pengetahuan serta ketertarikan siswa pada subjek-materi (Grossman & Richert, 1988; Park & Chen, 2012; Park & Steve Oliver, 2008), motivasi (Cochran et al., 1993; Park & Chen, 2012; Park & Steve Oliver, 2008), pengetahuan terhadap konten prasyarat (Magnusson dkk. 1999), serta pengetahuan terhadap kesulitan siswa dalam mempelajari subjek-materi (Magnusson dkk., 1999; Park & Chen, 2012; Park & Oliver, 2008) juga merupakan bagian dari pengetahuan pemahaman siswa. Penelitian ini memfokuskan kajian pengetahuan guru terhadap pemahaman siswa pada pengetahuan terhadap kesalahan dan kesulitan siswa dalam mempelajari subjek materi.

Pada pembelajaran aljabar di sekolah menengah pertama, siswa mulai mempelajari penggunaan variabel untuk menyatakan suatu kuantitas, menyelesaikan suatu persamaan yang memuat variabel, serta merepresentasikan soal cerita dalam bentuk ekspresi aljabar. Hal ini berbeda dengan pembelajaran aljabar di sekolah dasar (SD) yang menitikberatkan pada aritmatika yaitu operasi-operasi perhitungan menggunakan bilangan. Pada tahap inilah siswa mengalami transisi cara berpikir matematika dari cara berpikir aritmatika (*arithmetic thinking*) menjadi cara berpikir aljabar (*algebraic thinking*) (Fillooy & Rojano, 1989; Warren, 2003). Dengan kata lain, konsepsi siswa mengenai operasi-operasi matematika menjadi berubah dari operasi-operasi menggunakan bilangan menjadi operasi-operasi menggunakan variabel (Fillooy & Rojano, 1989). Proses transisi cara berpikir pada siswa terkadang tidak berjalan dengan baik sehingga menimbulkan *gap kognitif* yaitu ketidakmampuan siswa untuk melakukan operasi-operasi menggunakan variabel (Herscovics & Linchevski, 1994; Linchevski & Herscovics, 1996). Akibatnya siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan pada materi aljabar.

Papaieronymou (2007) dalam penelitiannya terhadap 49 siswa tingkat SMP menyimpulkan bahwa para siswa mengalami kesulitan untuk membedakan bentuk aljabar dan persamaan linier. Para siswa menganggap bahwa bentuk aljabar dan persamaan linier adalah ekspresi yang sama. Meskipun demikian, siswa tidak mengalami kesulitan dalam memanipulasi bentuk aljabar, menyederhanakan bentuk aljabar, serta menyelesaikan persamaan linier. Selanjutnya, Magruder (2012) dalam penelitiannya terhadap siswa tingkat SMP menyimpulkan bahwa terdapat tiga kesulitan siswa dalam menyelesaikan persamaan aljabar, yaitu pemahaman terhadap simbol atau variabel, makna dari tanda =

(sama dengan), serta menekankan pada pengetahuan prosedural tanpa pemahaman konseptual.

Kelemahan pemahaman aritmatika dan kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan aljabar dijelaskan oleh hasil penelitian Brizuela & Schliemann (2004) berdasarkan hasil kajiannya terhadap beberapa penelitian menyatakan bahwa kesulitan siswa dalam mempelajari aljabar disebabkan kelemahan dalam aritmatika dan penerapan konsep aritmatika pada aljabar. Hal yang sama dikemukakan dari hasil penelitian Jupri, Drijvers, & Heuvel-Panhuizen (2014) terhadap 51 siswa Indonesia dalam memahami materi aljabar menyimpulkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam melakukan proses matematisasi, yaitu merubah permasalahan bentuk soal cerita menjadi ekspresi atau simbol-simbol matematika. Kesulitan lain yang teridentifikasi adalah pemahaman terhadap ekspresi aljabar, penerapan operasi-operasi aritmatika pada aljabar, pemahaman terhadap tanda = (sama dengan) serta variabel.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini akan mengkaji bagaimana pengetahuan guru terhadap kesalahan dan kesulitan siswa dalam menyelesaikan permasalahan aljabar khususnya penyelesaian persamaan linier satu variabel. Selanjutnya akan dikaji pula strategi instruksional guru dalam mengajarkan materi aljabar pada siswa dengan kemampuan matematika yang berbeda.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian dilakukan di Kecamatan Kartasura, Kabupaten Sukoharjo, Provinsi Jawa Tengah. Subjek penelitian ini adalah dua orang guru matematika SMP yang mengajar kelas VII pada sekolah swasta yang berbeda yaitu Pak Joko dan Bu Ema. Kedua orang guru tersebut mempunyai pengalaman mengajar 2 tahun dan berlatar belakang pendidikan yang sama yaitu sarjana pendidikan matematika. Pak Joko mengajar pada sekolah dengan rata-rata kemampuan matematika siswa rendah. Sedangkan Bu Ema mengajar pada sekolah dengan rata-rata kemampuan matematika siswa sedang.

Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan angket terbuka dan wawancara. Peneliti memberikan angket terbuka yang berisi empat soal persamaan linier satu variabel kepada guru untuk menggali pemahaman guru terhadap kesalahan-kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan linier satu variabel. Guru diminta menuliskan kesalahan-kesalahan yang umumnya dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Selanjutnya peneliti melakukan wawancara untuk mengetahui lebih lanjut mengenai pemahaman guru terhadap faktor-faktor yang menyebabkan kesalahan siswa serta kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan linier satu variabel. Selain itu, wawancara dilakukan untuk menggali strategi yang digunakan guru untuk mengajarkan materi aljabar khususnya penyelesaian persamaan linier satu variabel. Analisis data dilakukan dengan menggunakan metode alur dari (Miles & Huberman, 1994) yang terdiri dari reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

Hasil dan Pembahasan

Jawaban guru berkaitan dengan kesalahan-kesalahan yang umumnya dilakukan siswa sekolah menengah pertama dalam menyelesaikan empat soal persamaan linier satu variabel disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1.
Kesalahan Jawaban Siswa Menurut Guru

No	Soal	Bu Ema	Pak Joko
1	$x + 10 = 47$	$x = 47 + 10$ $x = 57$	$x = 47 + 10$ $x = 57$
2	$4x - 1 = 0$	$4x = 1$ $x = 1 : -4$ $x = -\frac{1}{4}$	$4x = 1$ $x = 1 - 4$
3	$2 - 4x = 3$	$-4x = 3 - 2$ $-4x = 1$ $x = \frac{1}{4}$	$4x = 3 - 2$ $4x = 1$ $x = 1 - 4$
4	$2 + \frac{x}{4} = 5$	$(2 + \frac{x}{4} = 5) \times 4$ $1 + x = 20$	$\frac{x}{4} = 5 - 2$ $x = 3$

Pada soal nomor 1, terdapat kesamaan jawaban Pak Joko dan Bu Ema berkaitan dengan kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal. Pada jawaban soal nomor 1, terdapat kesalahan operasi yang seharusnya $x = 47 - 10$ tetapi jawaban siswa $x = 47 + 10$. Menurut kedua orang guru para siswa masih kebingungan terhadap konsep kesetaraan ($=$) dalam menyelesaikan suatu persamaan. Para siswa masih belum memahami bahwa setiap manipulasi pada suatu persamaan mensyaratkan bahwa ruas kiri harus sama dengan ruas kanan. Artinya apabila ruas kiri ditambah atau dikurangi dengan suatu bilangan atau variabel maka demikian juga untuk ruas kiri.

Selanjutnya, pada soal nomor 2 dan 3, terdapat jawaban yang berbeda dari kedua orang guru. Soal nomor 2 dan 3 berkaitan dengan persamaan linier satu variabel dimana terdapat koefisien pada variabel x . Menurut Bu Ema siswa sudah mampu memahami operasi yang harus dilakukan untuk menyelesaikan persamaan yang memuat koefisien pada variabel. Kesalahan yang terjadi pada siswa adalah menganggap aturan operasi pembagian pada persamaan linier seperti operasi pada penjumlahan atau pengurangan sehingga pembagiannya menjadi -4 pada jawaban nomor 2 dan 4 pada jawaban nomor 3. Selanjutnya, menurut Pak Joko siswa memberikan jawaban $x = 1 - 4$ karena siswa belum memahami bagaimana menyelesaikan suatu persamaan yang memuat koefisien pada variabel. Siswa masih kesulitan dalam memahami operasi pembagian yang seharusnya dilakukan untuk menyelesaikan persamaan yang melibatkan variabel. Siswa lebih familier dengan operasi-operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga mereka menyelesaikan kedua soal tersebut dengan melakukan operasi penjumlahan atau pengurangan.

Soal nomor 4 berkaitan dengan persamaan linier dimana variabel x memuat koefisien bilangan rasional. Menurut Bu Ema, siswa sudah memahami apa yang harus dilakukan untuk menyelesaikan soal nomor 4 yaitu mengalikan persamaan dengan invers (kebalikan) dari bilangan koefisien. Namun sebagian siswa masih mengalami kesalahan dalam melakukan operasi perkalian. Selanjutnya, menurut Pak Joko, kesalahan siswa disebabkan siswa tidak memahami bagaimana melakukan operasi pada variabel yang memuat bilangan rasional ($\frac{x}{4}$). Sehingga siswa tidak melibatkan atau mengabaikan koefisien pada variabel yang berupa bilangan rasional dalam penyelesaian persamaan linier.

Menurut Pak Joko dan Bu Ema, salah satu faktor yang menyebabkan munculnya kesalahan-kesalahan siswa dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel adalah kelemahan pemahaman siswa terhadap aturan pada operasi-operasi bilangan (aritmatika).

Hal ini memberikan dampak pada lemahnya pemahaman siswa terhadap materi aljabar khususnya berkaitan dengan operasi-operasi bentuk aljabar dan penyelesaian persamaan linier. Selain itu, berdasarkan hasil wawancara dengan kedua orang guru, materi aljabar merupakan salah satu materi yang sulit mengajarkannya kepada siswa. Kesulitan guru antara lain bagaimana menentukan strategi untuk menjelaskan tentang variabel, konstanta, operasi-operasi aljabar, serta penyelesaian persamaan linier khususnya satu variabel agar dapat dipahami oleh siswa. Kesulitan tersebut salah satunya disebabkan perubahan dari materi aljabar yang menekankan operasi perhitungan dengan bilangan (aritmatika) pada sekolah dasar menjadi operasi dengan variabel atau simbol-simbol yang abstrak pada sekolah menengah pertama.

Hasil wawancara dengan kedua orang guru menunjukkan bahwa terdapat perbedaan strategi instruksional kedua guru dalam mengajarkan materi penyelesaian persamaan linier satu variabel. Bu Ema, guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika menengah keatas, menyatakan bahwa untuk mengajarkan materi penyelesaian persamaan linier satu variabel dia menekankan pada pembelajaran secara konseptual yaitu menggunakan prinsip kesetaraan suatu persamaan. Sebagai contoh, untuk mengajarkan penyelesaian bentuk $x + 10 = 47$, guru terlebih dahulu mengajarkan penyelesaian dengan menggunakan prinsip kesetaraan yaitu masing-masing suku (ruas kiri dan kanan) ditambah dengan -10 sehingga diperoleh $x = 47 - 10$. Selanjutnya siswa dengan mudah menyelesaikan persamaan tersebut sehingga diperoleh $x = 37$. Menurut Bu Ema, siswa lebih memahami apabila diberikan penjelasan secara konseptual terlebih dahulu. Selain itu, siswa juga akan bertanya kepada guru apabila ada cara-cara penyelesaian yang tidak diberikan konsep yang melandasinya, seperti operasi “pindah ruas” yang sering digunakan oleh para guru.

Pak Joko, guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika rendah, mengalami kesulitan untuk mengajarkan secara konseptual penyelesaian persamaan linier kepada siswa. Guru menyatakan bahwa siswa justru mengalami kesulitan dalam memahami penyelesaian dengan menggunakan prinsip kesetaraan suatu persamaan. Siswa lebih cenderung memilih cara penyelesaian yang cepat atau praktis meskipun terkadang tidak memahami bagaimana cara penyelesaian tersebut bisa berlaku seperti operasi “pindah ruas”. Pada siswa dengan kemampuan matematika rendah, mereka lebih memilih belajar dengan mengingat atau menghafal cara penyelesaian daripada memahami cara penyelesaian tersebut. Akibatnya guru lebih menekankan pada pemberian latihan soal (*drill*) agar siswa terbiasa untuk menyelesaikan berbagai variasi bentuk soal persamaan linier.

Ball (1988) dalam penelitiannya terhadap 10 calon guru sekolah dasar dan 9 calon guru sekolah menengah pertama menemukan bahwa guru dengan pemahaman subjek-materi yang mendalam akan menekankan pembelajaran pada penjelasan-penjelasan konseptual. Demikian juga Borko & Putnam (1996) dalam kajiannya terhadap beberapa hasil penelitian menyimpulkan bahwa guru yang mempunyai pengetahuan subjek-materi yang mendalam akan menekankan pada pemahaman konseptual, pemecahan masalah, dan inkuiri dalam mempelajari subjek-materi. Sebaliknya, guru yang rendah dalam memahami subjek-materi cenderung menekankan pada prosedur, aturan-aturan, fakta, dan terkadang melupakan konsep-konsep penting dan hubungan antarkonsep dalam pembelajaran.

Rollnick, Bennett, Rhemtula, Dharsey, & Ndlovu (2008) dalam penelitiannya terhadap guru sains di Afrika Selatan juga menemukan bahwa guru yang rendah dalam memahami konseptual subjek-materi hanya mengandalkan prosedur-prosedur atau algoritma dalam melaksanakan pembelajaran serta kurang variatif dalam mengajar. Sebaliknya, guru yang menguasai konsep dan prosedur mampu menggunakan pendekatan

pembelajaran yang inovatif. Guru mampu memadukan pengetahuan pedagogis, konteks, dan pemahaman terhadap siswa dengan pengetahuan subjek-materi. Guru juga mampu mengembangkan strategi-strategi pembelajaran yang tepat pada topik yang dipelajari. Demikian juga hasil penelitian Widjaja & Stacey (2009) juga menunjukkan bahwa guru yang lemah pemahamannya terhadap konsep, hubungan, dan model konkrit dari bilangan pecahan dan desimal akan cenderung mengajarkan materi tersebut sebagai keterampilan berhitung semata. Sebaliknya, guru yang telah mampu memahami makna dan konsep bilangan pecahan dan desimal dapat menjelaskan secara konseptual kepada siswa.

Hasil penelitian terhadap dua orang guru pemula menunjukan bahwa strategi instruksional yang digunakan guru dalam mengajarkan suatu materi tidak hanya dipengaruhi oleh tingkat pemahaman guru terhadap subjek-materi semata. Hasil wawancara dengan Mr. Joko dan Mrs. Ema menunjukkan bahwa tingkat kemampuan matematika siswa yang diajar oleh guru memberikan perbedaan strategi instruksional yang digunakan oleh kedua orang guru khususnya dalam menjelaskan penyelesaian persamaan linier satu variabel. Guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika menengah keatas dapat lebih menekankan pada pembelajaran secara konseptual yaitu memberikan langkah-langkah penyelesaian secara prosedural sesuai dengan aturan-aturan atau sifat-sifat operasi yang berlaku. Sedangkan guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika rendah kesulitan untuk dapat mempraktekkan pembelajaran secara konseptual. Siswa yang cenderung lebih memilih memahami materi dengan cara mengingat atau menghafal menyebabkan guru lebih memfokuskan pada pemberian latihan-latihan penyelesaian berbagai variasi bentuk soal dengan harapan siswa terlatih menyelesaikan berbagai tipe soal.

Hasil penelitian ini memberikan konfirmasi terhadap beberapa penelitian sebelumnya yang mengkaji perbedaan kemampuan siswa dan strategi instruksional guru. Shulman (1986) menyatakan bahwa pemahaman terhadap konsepsi dan pra-konsepsi siswa dengan latar belakang dan usia yang berbeda-beda menuntut guru untuk memiliki pengetahuan dalam menentukan strategi instruksional yang tepat agar siswa dapat memahami materi yang diajarkan dengan baik. Selanjutnya, Park & Oliver (2008a) menyatakan bahwa untuk dapat mengimplementasikan PCK secara efektif seorang guru harus memahami pengetahuan tentang konsepsi siswa terhadap topik materi, kesulitan belajar, motivasi, kemampuan siswa, gaya belajar, ketertarikan siswa, serta kebutuhan siswa. Van Garderen (2008) dalam penelitiannya tentang praktik pembelajaran guru dalam mengajarkan penyelesaian soal cerita matematika menyatakan bahwa seorang guru perlu memiliki pengetahuan strategi instruksional untuk mengajarkan pemecahan masalah pada siswa yang mengalami kesulitan belajar. Beberapa ahli juga telah menunjukkan perlunya penggunaan strategi instruksional yang berbeda dalam pembelajaran pada siswa dengan kemampuan kognitif berbeda (Krawec, 2014; Mancl, Miller, & Kennedy, 2012; Garderen, Scheuermann, & Jackson, 2013; Garderen, 2008).

Simpulan

Guru dengan latar belakang pendidikan dan pengalaman mengajar yang sama memiliki pemahaman terhadap kesalahan dan kesulitan siswa dalam mempelajari suatu materi yang tidak jauh berbeda. Guru mampu mengidentifikasi kesalahan-kesalahan yang umumnya dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel. Guru juga mampu menjelaskan faktor-faktor yang menyebabkan siswa melakukan kesalahan-kesalahan tersebut. Perbedaan strategi instruksional yang digunakan oleh guru dalam mengajarkan penyelesaian persamaan linier satu variabel dipengaruhi oleh perbedaan karakteristik siswa yang diajar oleh kedua guru yaitu kemampuan matematika siswa. Guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika menengah keatas dapat

melaksanakan pembelajaran secara konseptual yaitu menjelaskan penyelesaian dengan menggunakan prinsip-prinsip atau prosedur yang sesuai dengan aturan. Sebaliknya, guru yang mengajar pada siswa dengan kemampuan matematika rendah tidak dapat menerapkan pembelajaran secara konseptual. Hal ini disebabkan siswa lebih memilih memahami materi dengan mengingat atau menghafal. Akibatnya guru lebih menekankan pada pemberian latihan soal dengan harapan siswa terbiasa menyelesaikan soal dengan berbagai variasi bentuk soal. Dengan kata lain, tingkat kemampuan matematika siswa merupakan salah satu faktor pemilihan strategi instruksional yang digunakan oleh guru dalam mengajarkan suatu topik materi.

Persantunan

Artikel ini merupakan hasil kajian awal dari penelitian disertasi yang sedang dilakukan oleh peneliti. Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi yang telah membiayai studi program doktor peneliti di Universitas Negeri Surabaya sehingga penelitian ini dapat terlaksana. Peneliti juga mengucapkan terimakasih kepada pimpinan Universitas Muhammadiyah Surakarta yang telah memberikan ijin kepada peneliti untuk melanjutkan studi program doktor.

Referensi

- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. Unpublished Doctoral Dissertation. Michigan State University, East Lansing. <https://doi.org/10.1086/461626>
- Borko, H., & Putnam, R. T. (1996). Learning to Teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 673–708). New York: Macmillan.
- Brizuela, B., & Schliemann, A. (2004). Ten-Year-Old Students Solving Linear Equations. *For the Learning of Mathematics*, 24(2), 33–40.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical Content Knowing: An Integrative Model for Teaching Preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), 263–272.
- Filloy, E., & Rojano, T. (1989). Solving Equations : the Transition from Arithmetic to Algebra, 2(June), 19–26.
- Grossman, P. L. (1989). A Study in Contrast: Sources of Pedagogical Content Knowledge for Secondary English. *Journal of Teacher Education*, 40(5), 24–31. <https://doi.org/10.1177/002248718904000504>
- Grossman, P. L., & Richert, A. E. (1988). Unacknowledged knowledge growth: A re-examination of the effects of teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 4(1), 53–62. [https://doi.org/10.1016/0742-051X\(88\)90024-8](https://doi.org/10.1016/0742-051X(88)90024-8)
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra 1, 2. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59–78.
- Jupri, A., Drijvers, P., & Heuvel-Panhuizen, M. van den. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0097-0>
- Krawec, J. L. (2014). Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability. *Journal of Learning Disabilities*, 47(2), 103–115. <https://doi.org/10.1177/0022219412436976>
- Linchevski, L., & Herscovics, N. (1996). Crossing The Cognitive Gap Between Arithmetic and Algebra: Operating on the Unknown in the Context of Equations.

- Educational Studies in Mathematics*, 30, 39–65.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome & G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for Science Education* (pp. 95–132). Dordrecht, Netherland: Kluwer Academic. https://doi.org/10.1007/0-306-47217-1_4
- Magruder, R. L. (2012). *Solving Linear Equations : A Comparison of Concrete and Virtual Manipulatives in Middle School Mathematics*. University of Kentucky, US. Retrieved from uknowledge.uky.edu/edc_etds/2
- Mancl, D. B., Miller, S. P., & Kennedy, M. (2012). Using the concrete-representational-abstract sequence with integrated strategy instruction to teach subtraction with regrouping to students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 27(4), 152–166. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2012.00363.x>
- Marks, R. (1990). Pedagogical Content Knowledge: From a Mathematical Case to a Modified Conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3–11. <https://doi.org/10.1177/002248719004100302>
- Miles, B. M., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis* (2nd Editio). California: Sage Publications.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. (J. Carpenter & S. Gorg, Eds.). Reston, VA: The Natioanal Council of Teachers of Mathematics.
- Papaieronymou, I. (2007). Student Difficulties in Understanding The Difference Between Algebraic Expressions and The Concept of Linear Equations. In D. Pitta – Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education 22 - 26 February 2007* (pp. 934–943). Larnaca, Cyprus: Department of Education, University of Cyprus.
- Park, S., & Chen, Y. C. (2012). Mapping out the integration of the components of pedagogical content knowledge (PCK): Examples from high school biology classrooms. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(7), 922–941. <https://doi.org/10.1002/tea.21022>
- Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261–284. <https://doi.org/10.1007/s11165-007-9049-6>
- Park, S., & Steve Oliver, J. (2008). National Board Certification (NBC) as a catalyst for teachers' learning about teaching: The effects of the NBC process on candidate teachers' PCK development. *Journal of Research in Science Teaching*. <https://doi.org/10.1002/tea.20234>
- Rollnick, M., Bennett, J., Rhemtula, M., Dharsey, N., & Ndlovu, T. (2008). The place of subject matter knowledge in pedagogical content knowledge: A case study of South African teachers teaching the amount of substance and chemical equilibrium. *International Journal of Science Education*, 30(10), 1365–1387. <https://doi.org/10.1080/09500690802187025>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/1175860>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–21. https://doi.org/10.1007/SpringerReference_17273
- Smith, D. C., & Neale, D. C. (1991). The construction of subject-matter knowledge in primary science teaching. *Advances in Research on Teaching*, 2(I), 187–243.

- [https://doi.org/10.1016/0742-051x\(89\)90015-2](https://doi.org/10.1016/0742-051x(89)90015-2)
- Tamir, P. (1988). Subject Matter and Related Pedagogical in Teacher Education. *Teaching & Teacher Education*, 4(2), 99–110.
- van Garderen, D. (2008). Middle School Special Education Teachers' Instructional Practices for Solving Mathematical Word Problems: An Exploratory Study. *Teacher Education and Special Education*, 31(2), 132–144.
<https://doi.org/10.1177/088840640803100206>
- van Garderen, D., Scheuermann, A., & Jackson, C. (2013). Examining How Students With Diverse Abilities Use Diagrams to Solve Mathematics Word Problems. *Learning Disability Quarterly*, 36(3), 145–160.
<https://doi.org/10.1177/0731948712438558>
- Warren, E. (2003). The Role of Arithmetic Structure in the Transition from Arithmetic to Algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 15(2), 122–137.
- Widjaja, W., & Stacey, K. (2009). Growth of pre-service teachers' knowledge and teaching ideas about decimals and fractions: The case of Vivi. *Crossing Divides: Proceedings of the 32nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 2(2001), 587–594.